Université de Reims Champagne-Ardenne **Année universitaire 2016/2017**
Licence MI 1ère année **MA0102**

IE N^{o}1

Durée de l'épreuve : 1 heure 15 minutes

Les documents, téléphones portables et calculatrices **ne sont pas** autorisés. Le barème est indicatif.

Exercice 1 (3 points) :

1. Donner la définition de : $P \Rightarrow Q$.
2. Faire la table de vérité de l'énoncé : $\text{Non}(P \Rightarrow Q)$.

Exercice 2 (4 points) :

On considère l'énoncé suivant :

$$\forall x \in \mathbb{R}\,, \quad \Big[\big(\exists n \in \mathbb{N} \text{ tel que } x^n = 1\big) \ \Rightarrow \ x \in \mathbb{N}\Big] \ .$$

1. Donner la réciproque de l'énoncé.
2. Donner la contraposée de l'énonce.
3. Donner la négation de l'énoncé.

Exercice 3 (6 points) :

1. On considère l'énoncé P suivant :

$$\exists x \in \mathbb{R}^\star\,, \ \forall y \in \mathbb{R}\,, \quad x^2 + xy - 1 \neq 0 \quad .$$

   Ecrire la négation de cet énoncé, et montrer que l'énoncé P est faux.

2. On considère l'énoncé suivant :

$$\forall n \in \mathbb{N}\,, \quad \big[\,(n+1)^2 \text{ est pair } \ \Rightarrow \ n \text{ est impair}\,\big] \ .$$

   Ecrire la contraposée de l'énoncé et montrer que l'énoncé est vrai.

Exercice 4 (3 points) :

Trouver toutes les solutions pour x dans $\mathbb{R}$ de l'équation : $\sqrt{2x-1} = x - 2$.

Exercice 5 (4 points) :

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite de nombre réels définies par $u_0 = 1$ et par $u_{n+1} = 3u_n - 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Montrer en utilisant un raisonnement par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}\,,\, u_n = \dfrac{3^n+1}{2}$.