

Interrogation 1

Interrogation du Jeudi 11 Octobre

La **calculatrice est interdite**. Durée : 0h45.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule des réponses proposées est exacte. On répondra directement sur le sujet, sans justification, en cochant la case correspondant à la réponse envisagée. Une bonne réponse rapporte 1 point, une mauvaise en retire 0,5 et l'absence de réponse ne rapporte et ne retire aucun point.

1. La forme développée de : $x - (2x - 1)^2$ est :

$-4x^2 + 5x - 1$ $-4x^2 - 3x - 1$ $-4x^2 - 3x + 1$ $-2x^2 + 5x - 1$

2. Les racines du polynôme $P(x) = -x^2 + 3x + 4$ sont :

1 et -4 -1 et -4 -1 et 4 il n'y en a pas

3. Le polynôme $P(x) = -x^2 + 2x + 2$ est strictement positif sur l'intervalle :

$] -\infty; -\sqrt{3} + 1[\cup] \sqrt{3} + 1; +\infty[$ $] -\infty; -\sqrt{3} + 1[\cup] \sqrt{3} + 1; +\infty[$
 $] -\sqrt{3} + 1; \sqrt{3} + 1[$ $[-\sqrt{3} + 1; \sqrt{3} + 1[$

4. Le polynôme $P(x) = 2x^2 - 4x + 1$ est strictement croissant sur l'intervalle :

$] -\infty; 1[$ $] -\infty; -1[$ $] 1; +\infty[$ $] -1; +\infty[$

5. L'équation $\frac{x^2 - 9}{x^2 + 3x} = 0$ a pour solution(s) réelle(s) :

3 et -3 3 ; 0 et -3 3 aucune solution réelle

6. L'inéquation $2x(x - 3) \geq (x + 2)(x - 3)$ a pour ensemble-solution :

$[2; +\infty[$ $[2; 3]$ $] -\infty; 2] \cup [3; +\infty[$ $] -\infty; -3[\cup [-2; +\infty[$

7. Le système $\begin{cases} x + y = -1 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$ a pour solution :

$\frac{1}{5}$ $-\frac{6}{5}$ $\left(\frac{1}{5}; -\frac{6}{5}\right)$ $\left(-\frac{6}{5}; \frac{1}{5}\right)$

8. Un prix subit une augmentation de 10%, puis une baisse de 20%. La variation globale est alors :

+10% -10% -12% +12%

9. On considère la fonction $f(x, y) = x \ln(y) - e^{xy}$. Sa dérivée partielle $\frac{\partial f}{\partial x}$ est la fonction :

$(x, y) \mapsto \frac{1}{y} - e^{xy}$ $(x, y) \mapsto x - y e^{xy}$
 $(x, y) \mapsto \frac{x}{y} - x e^{xy}$ $(x, y) \mapsto \ln(y) - y e^{xy}$

10. On considère la fonction $f(x, y) = x \ln(y) - e^{xy}$. Sa dérivée partielle $\frac{\partial f}{\partial y}$ est la fonction :

$$\begin{array}{ll} \square & (x, y) \mapsto \frac{1}{y} - e^{xy} \\ \square & (x, y) \mapsto \frac{x}{y} - x e^{xy} \end{array} \quad \begin{array}{ll} \square & (x, y) \mapsto x - y e^{xy} \\ \square & (x, y) \mapsto \ln(y) - y e^{xy} \end{array}$$

Exercice 2

Une entreprise produisant un bien A constate que son coût total de fabrication pour une quantité $x (\geq 0)$ produite est défini par la relation : $C(x) = x^3 - 10x^2 + 8x + 100$.

1. (a) Quels sont les coûts fixes (c'est-à-dire les coûts inhérents à la production et correspondant à une quantité produite nulle) ?
- (b) Calculer le coût moyen pour 100 unités produites.
- (c) Calculer le coût marginal pour 200 unités produites (on utilisera l'approximation du coût marginal par le nombre dérivé).
2. Chaque produit A est vendu 10€.
- (a) Justifier que la fonction de bénéfices B a pour expression $B(x) = -x^3 + 10x^2 + 2x - 100$.
- (b) Étudier les variations de la fonction B .
- (c) En déduire :
 - i. pour quelle quantité de biens A vendus, l'entreprise fera des bénéfices. On arrondira les valeurs à l'unité.
 - ii. pour quelle quantité de biens A vendus, l'entreprise fera un bénéfice maximal. On arrondira les valeurs à l'unité.
Préciser le montant de ce bénéfice maximal (arrondir à l'unité).
Déterminer le coût moyen de fabrication d'un bien A dans ce cas.
- (d) Étudier la convexité de la fonction B . Préciser les éventuels points d'inflexion.
- (e) Tracer la courbe représentative de la fonction B (on prendra en abscisses un centimètre pour 2 produits A et en ordonnées un centimètre pour 10 000€).

Exercice 3

On suppose qu'un certain produit possède une fonction de demande en fonction du prix p exprimé en euros définie par $f(p) = \frac{300}{2p - 7}$ pour $p \in]5; +\infty[$. On appelle E l'élasticité de f .

1. Déterminer E .
2. Interpréter la valeur de E obtenue.