Université de Reims Champagne-Ardenne **Année universitaire 2016/2017**
Licence Math-Info 1ère année **MA0202**

IE N^{o}2

Durée de l'épreuve : 30 minutes
Les documents, téléphones portables et calculatrices **ne sont pas** autorisés.

Exercice 1 : On considère le sous-ensemble de $\mathbb{R}^4$ suivant :

$$F = \left\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid 3x_1 + x_2 + x_3 = 0 \ \text{ et } \ x_2 - x_3 - 2x_4 = 0\right\}.$$

1. Montrer que F est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$.
2. Déterminer une base de F, puis $\dim(F)$.
3. Le vecteur $(-2, 0, 6, -3)$ appartient-il à F ? Si oui, déterminer ses coordonnées dans la base obtenue à la question précédente.

Exercice 2 : On considère les trois vecteurs suivants de $\mathbb{R}^3$:

$$u = (1, 2, 1), \ v = (1, 1, -1), \ w = (3, 4, -1).$$

Soit $G = \text{Vect}(u, v, w)$ le sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$ engendré par les vecteurs u, v et w.

1. Déterminer une base de G, puis $\dim(G)$.
2. Soit $(t_1, t_2, t_3) \in \mathbb{R}^3$. Déterminer une condition nécessaire et suffisante portant sur t_1, t_2 et t_3 pour que le vecteur (t_1, t_2, t_3) appartienne à G.
3. Le vecteur $(2, 3, 1)$ appartient-il à G ?

Exercice 3 : On considère l'espace vectoriel $\mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ des fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, muni de l'addition et de la multiplication par un réel habituelles. On considère les trois fonctions f, g et h de $\mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ définies par :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \ f(x) = \cos(x), \ g(x) = \sin(x), \ h(x) = x.$$

La famille (f, g, h) est-elle libre ? On pourra évaluer en $x = 0$, en $x = \dfrac{\pi}{2}$ et en $x = \pi$.