Interrogation 2

Interrogation du Mardi 20 Novembre

La **calculatrice est interdite**. Durée : 0h45.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule des réponses proposées est exacte. On répondra directement sur le sujet, sans justification, en cochant la case correspondant à la réponse envisagée. Une bonne réponse rapporte 1 point, une mauvaise réponse et l'absence de réponse ne rapporte et ne retire aucun point.

1. L'intégrale $\displaystyle\int_{-2}^{3}(x^2-6x+1)\,dx$ est égale à :

   ☐ $\frac{5}{3}$ ☐ 0 ☐ $-\frac{2}{3}$ ☐ -15

2. L'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{1}\frac{4x+2}{x^2+x+1}\,dx$ est égale à :

   ☐ $\ln(3)$ ☐ $2\ln(3)$ ☐ $\frac{1}{2}\ln(3)$ ☐ $-\ln(3)$

3. L'intégrale $\displaystyle\int_{2}^{3}\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$ est égale à :

   ☐ $\sqrt{10}-\sqrt{5}$ ☐ $2\sqrt{5}$ ☐ $\sqrt{5}-\sqrt{10}$ ☐ $-2\sqrt{5}$

4. Une primitive de la fonction $x \mapsto \dfrac{\ln(x)}{x}$ sur $]0;+\infty[$ est :

   ☐ $x \mapsto (\ln(x))^2$ ☐ $x \mapsto x\ln(x)-x$ ☐ $x \mapsto \dfrac{(\ln(x))^2}{2}$ ☐ $x \mapsto \dfrac{\ln(x)}{x^2}$

5. La fonction $f : (x,y) \mapsto x^2+xy+y^2-3x-6y$ admet pour point critique :

   ☐ $(3,0)$ ☐ $(1,-1)$ ☐ $(-1,1)$ ☐ $(0,3)$

Exercice 2

On considère la fonction $f(x) = xe^{-2x^2}$.

1. Calculer $f'(x)$.
2. En déduire les variations de f sur $\mathbb{R}$.

   On admettra que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$.
3. La fonction f admet-elle un minimum ou un maximum sur $\mathbb{R}$?
4. Tracer la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

5. Calculer $\int_{-1}^{1} f(x)dx$.

   Interpréter le résultat obtenu à l'aide de la courbe représentative de f

---

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^2$ par :

$$f(x,y) = 9x^2 + 8xy + 3y^2 + x - 2y.$$

1. Déterminer les dérivées partielles de f.
2. Montrer que f admet un seul point critique sur $\mathbb{R}^2$ de coordonnée $(-1/2, 1)$.
3. Calculer $f(-1/2, 1)$.
4. Développer l'expression suivante :

$$3\left(y + \frac{4}{3}x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{11}{3}\left(x + \frac{1}{2}\right)^2.$$

5. En déduire que f admet un minimum global en $(-1/2, 1)$.