IE 9

Interrogation du Mercredi 11 Décembre

1. Soient X et Y des variables aléatoires discrètes admettant toutes les deux une variance.
   - Définition de la covariance : $Cov(X, Y) =$
   - Formule de Koenig-Huygens : $Cov(X, Y) =$
   - Développer : $Cov(X - Y, X + Y) =$
   - Lien avec la variance : $Cov(X, Y) =$

2. Préciser pour chacune des affirmations suivantes si celle-ci est vraie ou fausse :

	Vrai	Faux
(a) $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$	☐	☐
(b) $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$	☐	☐
(c) $E(XY) = E(X)E(Y)$	☐	☐
(d) $Cov(X, Y) = 0 \Rightarrow X$ et Y indépendantes	☐	☐
(e) Si $X \hookrightarrow \mathcal{G}(p)$ et $Y \hookrightarrow \mathcal{G}(p')$, alors $X + Y \hookrightarrow \mathcal{G}(p + p')$	☐	☐

3. On admet que, pour tout $n, m \in \mathbb{N}$ et pour tout $k \in [\![0, n + m]\!]$, on a :

$$\sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i}\binom{m}{k-i} = \binom{n+m}{k} \qquad \textit{(formule de Vandermonde).}$$

   Soient X et Y deux variables aléatoires discrètes indépendantes telles que $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n, p)$ et $Y \hookrightarrow \mathcal{B}(m, p)$. Montrer que $X + Y \hookrightarrow \mathcal{B}(n + m, p)$.

4. Soient X et Y deux variables aléatoires discrètes indépendantes suivant toutes les deux une loi uniforme $\mathcal{U}(\llbracket 1, n \rrbracket)$. Déterminer la loi de $Z = \min(X, Y)$.