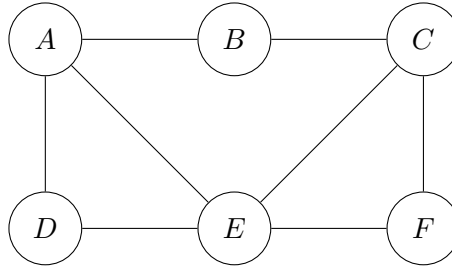


Interrogation 7

**Interrogation du Mercredi 22 Novembre**

1. On considère le graphe suivant :



- (a) Ce graphe est-il complet ? Pourquoi ?
- (b) Ce graphe est-il connexe ? Pourquoi ?
- (c) Écrire la matrice d'adjacence de ce graphe.
- (d) Déterminer les degrés des sommets de ce graphe.
- (e) Ce graphe possède-t-il une chaîne eulérienne ? Pourquoi ? Si oui, laquelle ?
- (f) Ce graphe possède-t-il un cycle eulérien ? Pourquoi ? Si oui, lequel ?

2. On considère une chaîne de Markov  $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$  dont la matrice de transition est :

$$M = \begin{pmatrix} 1/3 & 2/3 \\ 2/3 & 1/3 \end{pmatrix}.$$

(a) Justifier que  $M$  est une matrice stochastique par ligne.

(b) Tracer le graphe probabiliste associé à cette chaîne de Markov.

(c) Déterminer un état stable de cette chaîne de Markov.

(d) On note  $U_n$  le  $n$ -ième état probabiliste et on suppose que  $U_0 = (1 \ 0)$ . On admet que :

$$M^n = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + (-1/3)^n & 1 - (-1/3)^n \\ 1 - (-1/3)^n & 1 + (-1/3)^n \end{pmatrix}.$$

Déterminer  $U_n$  en fonction de  $n$ .