

## Sommes doubles

**Exercice 1** Calculer les sommes doubles suivantes :

$$(1) \sum_{1 \leq i \leq j \leq n} ij \qquad (2) \sum_{1 \leq i < j \leq n} (i+j) \qquad (3) \sum_{0 \leq i, j \leq n} 2^{i+j} \qquad (4) \sum_{1 \leq i \leq j \leq n} \frac{i}{j}$$

**Exercice 2** 1. On considère la procédure suivante :

```
n=input('Donner une valeur de n: ')
S=0
for i=1:n do
    for j=1:n do
        if i>j then
            S=S+j
        else
            S=S+i
        end
    end
end
disp(S)
```

(a) Entrer dans l'éditeur de Scilab cette procédure. Tester pour différentes valeurs de  $n$ . A quoi correspond la valeur de  $S$  donnée en sortie ?

(b) Exprimer  $S$  en fonction des trois sommes  $\sum_{1 \leq i < j \leq n} i$ ,  $\sum_{1 \leq i \leq n} i$  et  $\sum_{1 \leq j < i \leq n} j$ .

(c) En déduire une expression de  $S$  en fonction de  $n$ .

2. On s'intéresse maintenant à la somme  $T_n = \sum_{1 \leq i, j \leq n} \max(i, j)$ .

Construire une procédure qui, étant donné un entier  $n \geq 1$ , calcule  $T_n$ .

3. Pour finir, on considère la somme  $U_n = \sum_{1 \leq i, j \leq n} |i - j|$ .

(a) Construire une procédure qui, étant donné un entier  $n \geq 1$ , calcule  $U_n$ .

(b) Calculer  $U_n$  "à la main" et vérifier avec les résultats obtenus avec Scilab.

**Exercice 3** Soit  $q \neq 1$ . Le but de cet exercice est d'obtenir une formule pour la somme  $\sum_{j=1}^n jq^j$ .

1. Montrer que  $\sum_{1 \leq i \leq j \leq n} q^j = \sum_{j=1}^n jq^j$ .

2. En déduire la valeur de  $\sum_{j=1}^n jq^j$ .