

## Les boucles for...do...end

En algorithmique, on peut être amené à répéter un bloc d'instructions un nombre déterminé de fois. Pour cela, on utilise une boucle `for`. La syntaxe est la suivante :

```
for var=ini:fin do
  instructions
end
```

La variable `var` parcourt dans l'ordre les entiers de `ini` à `fin` et, à chaque étape, les `instructions` sont effectuées. Le `for` et le `end` sont indispensables, le `do` est facultatif.

**Exercice 1** 1. Entrer dans l'éditeur de Scilab les instructions suivantes :

```
n=input('Donner une valeur de n : ')
S=0
for k=1:n do
  S=S+k
end
disp(S, 'S=')
```

Tester pour différents entiers naturels  $n$ . A quoi correspond la valeur de  $S$  à la fin de la boucle ? Vérifier à l'aide d'une formule sur les sommes usuelles.

2. Modifier les instructions précédentes pour calculer les sommes suivantes :

$$\sum_{k=1}^5 k^2, \quad \sum_{k=1}^{10} k^2, \quad \sum_{k=1}^{20} k^2, \quad \sum_{k=1}^5 k^3, \quad \sum_{k=1}^{10} k^3$$

Vérifier les résultats à l'aide des formules sur les sommes usuelles.

**Exercice 2** Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ . On considère la somme suivante :

$$S_n = \sum_{k=0}^n (k^2 + 4k + 4).$$

1. Écrire une suite d'instructions qui, étant donné un entier naturel  $n$ , calcule  $S_n$ .
2. En utilisant la linéarité de la somme, calculer  $S_n$ .
3. En utilisant une identité remarquable et un changement d'indice, retrouver le résultat de la question précédente.

**Exercice 3** 1. Écrire une suite d'instructions qui, étant donné un entier naturel non nul  $n$ , calcule :

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{2k+1}{k^2(k+1)^2}, \quad T_n = \frac{n(n+2)}{(n+1)^2}.$$

2. Tester pour différentes valeurs de  $n$  et faire une conjecture sur  $S_n$  et  $T_n$ .
3. Montrer que :  $\forall k \in \mathbb{N}^*, \frac{1}{k^2} - \frac{1}{(k+1)^2} = \frac{2k+1}{k^2(k+1)^2}$ .
4. Prouver la conjecture.

**Exercice 4** 1. Écrire une suite d'instructions qui, étant donné un entier naturel  $n$ , calcule  $n!$ .

2. Écrire une suite d'instructions pour calculer les produits suivants :

$$\prod_{k=1}^5 \frac{2^{2k}}{3^k}, \quad \prod_{k=1}^{10} \frac{2^{2k}}{3^k}, \quad \prod_{k=2}^5 \left(1 - \frac{1}{k^2}\right), \quad \prod_{k=2}^{10} \left(1 - \frac{1}{k^2}\right)$$

Vérifier les résultats en calculant "à la main" ces produits.