TP7

TP test

Prénom..**Nom**...

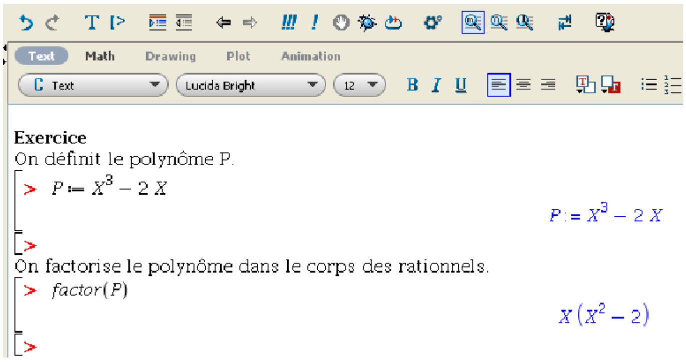
Feuille de travail

A chaque séance de TP, nous avons appris à utiliser Maple au travers de nombreuses commandes. Pour appeler celles-ci, il suffisait de taper ces fonctions dans le <u>mode mathématique</u> nécessitant le fameux **prompt** $>$:

$>$ `A:=X`^{2}`-3*X+2:  factor(A);`

$$(X-1)(X-2)$$

Il existe un autre mode: le <u>mode texte</u>. Il nous permet d'ajouter du texte dans la feuille de travail, afin d'expliquer le travail en cours; on passe alors d'un mode à l'autre grâce aux icônes $\boxed{\text{T}}$ et $\boxed{[>}$.



Exercices

Sur une nouvelle feuille de travail, indiquer vos nom et prénom. Rédiger alors vos réponses aux exercices suivants, puis enregistrer votre fichier sous:

prenomnom.mw ou **prenomnom.mws**

Quelques conseils
On indiquera clairement les différents exercices traités et on prendra soin de leur résolution. Si un exercice vous résiste, n'hésitez pas à présenter vos idées, la procédure que vous souhaitez construire... Enfin, n'oubliez pas d'enregistrer régulièrement votre travail!

Exercice 1 On cherche à calculer la quantité $S = \displaystyle\sum_{i=1}^{5}\left(\prod_{j=i}^{5}\frac{1}{j^2}\right)$ de deux façons différentes.

1. Calculer S à l'aide des fonctions `sum` et `product`.
2. Calculer S en construisant une procédure `calculdeS` basée sur deux boucles itératives `for`.

Exercice 2 On considère l'équation différentielle: $(E): \ y''(x) + 2y'(x) + 5y(x) = 5\cos(x)$.

1. Déterminer l'ensemble des solutions de cette équation.
2. (a) Déterminer l'unique solution de (E) vérifiant $y(0) = y'(0) = 0$. On notera $sol1$ son expression.
   (b) Déterminer l'unique solution de (E) vérifiant $y(0) = 1$ et $y'(0) = -1$. On notera $sol2$ son expression.
   (c) Déterminer l'unique solution de (E) vérifiant $y(0) = -1$ et $y'(0) = 1$. On notera $sol3$ son expression.
3. Avec la commande `plot([sol1,sol2,sol3],x=0..10,y=-1.5..1.5)`, représenter ces solutions sur un même graphique.
4. On remarque que, quelles que soient les conditions initiales choisies, le comportement asymptotique des solutions est le même. Pourquoi?

Exercice 3 On pose, pour $n \geq 1$, $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n}$.

1. Calculer u_n pour différentes valeurs de n. *On peut montrer que la suite u_n diverge vers $+\infty$.*
2. On pose $v_n = \frac{u_n}{\ln(n)}$. Calculer v_n pour différentes valeurs de n.
3. On peut montrer que $\lim_{+\infty} v_n = 1$. Construire une procédure `convergence(a)`, qui étant donné un entier naturel a, calcule le rang à partir duquel v_n approche sa limite avec une précision de l'ordre de 10^{-a}.
4. On pose $\gamma_n = u_n - \ln(n)$. Calculer γ_n pour différentes valeurs de n. La suite (γ_n) converge vers un nombre réel γ appelé *constante d'Euler* connue par maple: taper `evalf(gamma)`.

Exercice 4 Un archer tire les yeux bandés sur une cible C (c'est-à-dire un disque de rayon 1) positionnée sur son support S (un carré $[-1,1] \times [-1,1]$). On suppose que sa flèche atteint toujours le support S mais que la cible n'est touchée qu'au hasard. Modélisons ce problème:
Soit M de coordonnées $(a,b) \in [-1,1] \times [-1,1]$, le point M est dans la cible C si et seulement si $a^2 + b^2 \leq 1$.

1. Taper la commande `alea:=rand(-10`^{4}`..10`^{4}`)` qui nous permettra de créer des nombres au hasard. Pour générer un nombre aléatoire $a \in [-1,1]$, on utilisera alors `a:=alea()/10`^{4}.
2. Construire la procédure `archer(N)` qui, pour un entier N donné, calcule la fréquence avec laquelle N points choisis au hasard sont dans la cible. Pour cela, on initialisera un compteur k à 0, puis à chaque itération:
   - on génère deux nombres aléatoires a, b compris entre -1 et 1,
   - on teste si le point associé de coordonnées (a,b) est dans la cible,
   - on modifie éventuellement le compteur k.

   Enfin, en sortie, la procédure renverra une valeur approchée de la fréquence: $\frac{k}{N}$.
3. Calculer `archer(N)` pour différentes valeurs de N.

On remarque que la fréquence des flèches qui atteignent la cible tend vers la probabilité de cet évènement: $\frac{\pi}{4}$.

Exercice 5 *Dans cet exercice, on n'utilisera pas les fonctions* `max,min,sort`.

1. Soit L la liste $[7,1,5,2,7,2]$. Supprimer le quatrième élément en utilisant `subsop` et `NULL`.
2. Construire une procédure itérative `maximum` qui pour une liste L donnée, renvoie la séquence formée du plus grand élément et de son rang (ou sa positon) dans la liste (si l'élément apparait plusieurs fois on donnera le rang le plus petit).
   On vérifiera que : `maximum(L)` donne $7, 1$.
3. A partir de la procédure `maximum`, construire la procédure `tri` qui, pour une liste L donnée, renvoie une nouvelle liste contenant les éléments de L triés par ordre décroissant.
   On vérifiera que : `tri(L)` donne $[7,7,5,2,2,1]$.