TP4

Représentations graphiques des fonctions

1 Tracé d'une fonction

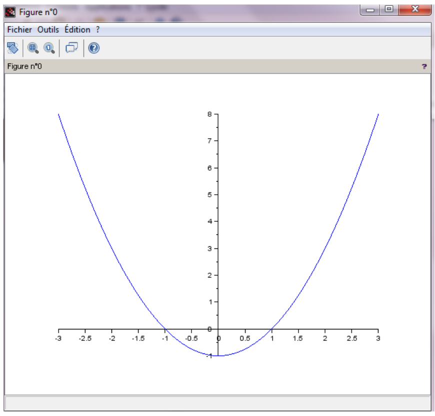
1.1 Tracé simple

Le logiciel Scilab permet de tracer des courbes, des surfaces, des nuages de points... Pour tracer une fonction $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ avec Scilab, on suivra les étapes suivantes :

(1) On construit une liste x de valeurs appartenant à l'intervalle $[a, b]$.
Il y a deux possibilités pour cela :

- avec un pas p constant : `x=a:p:b`,
- avec un nombre n de points fixés : `x=linspace(a,b,n)`.

Prenons par exemple `x=-3:0.1:3`.



(2) Il faut ensuite définir la fonction $f : [a, b] \to \mathbb{R}$. Elle peut être déjà définie (ex : `exp`, `ln`, `abs`...). Dans le cas contraire, il faut la définir en utilisant les commandes suivantes : pour $f(x) = x^2 - 1$,

```
-->function y=f(x); y=x^2-1; endfunction
```

(3) On obtient alors la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de f en utilisant la commande `plot(x,f)` : une fenêtre graphique s'ouvre alors avec la courbe. Par défaut, le tracé s'effectue en bleu.

Remarque. Le résultat obtenu est une courbe "approchée" de la courbe représentative de f. En effet, la courbe est obtenue en traçant les segments reliant les points d'abscisses x et d'ordonnées $f(x)$ (entre deux points, on remplace la courbe par un segment).

Il est possible de faire un zoom à partir du menu de la fenêtre graphique ou avec la molette de la souris. On peut aussi modifier les propriétés de la figure ou des axes en faisant **Édition** > **Propriétés de la figure** ou **Propriétés des axes**.

1.2 Tracé multiple

Traçons à présent la fonction exponentielle sur l'intervalle $[-3, 3]$. On utilise la commande suivante :

```
-->plot(x,exp)
```

On constate alors que le tracé s'effectue dans la fenêtre graphique précédente et avec la même couleur (voir la figure 1 ci-dessous).

Plutôt que de faire deux tracés successifs, il est possible de les réaliser simultanément et avec un seul appel de la fonction `plot`. On utilise pour cela l'instruction suivante :

```
-->plot(x,f,x,exp)
```

Ce tracé multiple (voir figure 2 ci-dessous) présente un intérêt pratique : les courbes sont affichés dans des couleurs différentes. Par défaut, les couleurs utilisées sont, dans l'ordre : bleu, vert, rouge...

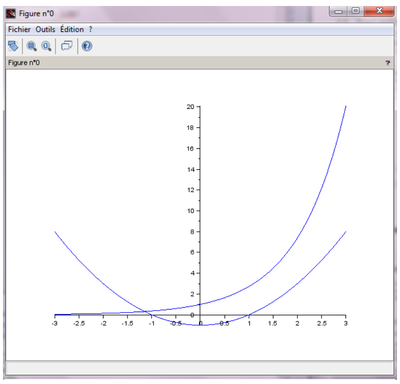


Figure 1

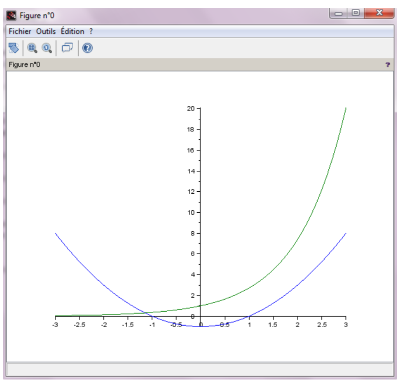


Figure 2

2 Gestion des fenêtres graphiques

Jusque là, nous avons réalisé les tracés dans la même fenêtre graphique. Il est possible d'effectuer le nouveau tracé dans une fenêtre vierge, soit en supprimant l'ancien tracé, soit en affichant une nouvelle fenêtre. Deux fonctions permettent de gérer les fenêtres graphiques : `scf` et `clf`.

2.1 La fonction `scf`

La fonction `scf` ("set current graphic figure") permet de définir la fenêtre graphique courante. On peut en faire deux utilisations :

- `scf()` : utilisée sans paramètre, la fonction `scf` ouvre une nouvelle fenêtre graphique qui devient la fenêtre courante. Afin de pouvoir identifier cette fenêtre, elle est dotée d'un numéro défini comme le plus grand numéro obtenu des fenêtres déjà ouvertes auquel on ajoute 1.
- `scf(num)` : utilisée avec le paramètre `num`, la fonction `scf` permet de définir la fenêtre portant le numéro `num` comme fenêtre courante. Si la fenêtre `num` n'existe pas, elle est créée et devient la fenêtre courante.

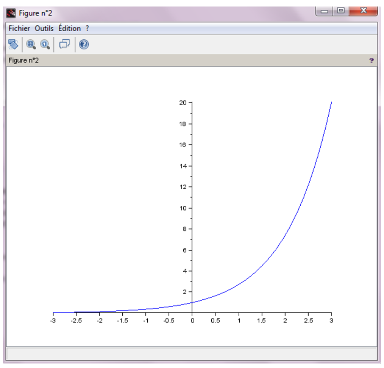
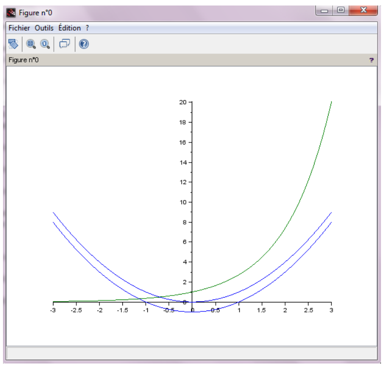
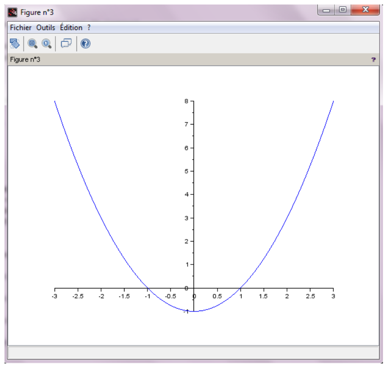
Afin d'illustrer ce mécanisme, on peut effectuer les appels suivants :

```
-->scf(2); plot(x,exp)
-->scf(0); plot(x,x^2)
-->scf(); plot(x,f)
```

On remarque que :

- Le premier appel permet de créer une nouvelle fenêtre graphique numérotée par 2. Elle devient la fenêtre courante et accueille de ce fait le tracé `plot(x,exp)`.
- Le deuxième appel fait de la fenêtre graphique 0 (déjà existante) la fenêtre courante. Elle accueille alors le tracé `plot(x,x^2)`.
- Le troisième appel crée la fenêtre graphique numéro 3 $(2 + 1)$ qui accueille le tracé `plot(x,f)`.

On obtient dans l'ordre les trois fenêtres graphiques suivantes :

Concernant la fenêtre 0, on peut noter que le troisième tracé s'effectue par dessus les tracés précédents et de la même couleur que le premier tracé (bleu).

2.2 La fonction `clf`

La fonction `clf` ("clear current graphic figure") permet de supprimer le contenu d'une fenêtre graphique. On peut en faire deux utilisations :

- `clf()` : utilisée sans paramètre, la fonction `clf` permet de supprimer le contenu de la fenêtre courante.
- `clf(num)` : utilisée avec le paramètre `num`, la fonction `clf` permet de supprimer le contenu de la fenêtre portant le numéro `num`.

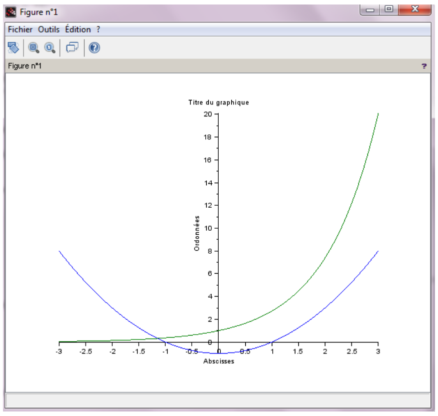
Par exemple, la commande

```
-->clf(2)
```

permet de supprimer le tracé de la fenêtre graphique numéro 2.

3 Annoter un graphique : titre et légende

3.1 La fonction `xtitle`



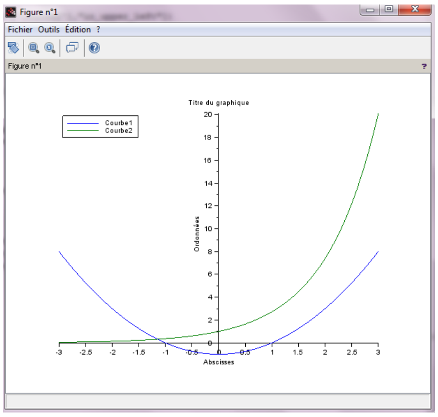
La fonction `xtitle` permet d'ajouter des annotations dans les fenêtres graphiques : titre général et annotations des axes. Elle s'appelle une fois le graphique réalisé. Ainsi, le résultat de l'appel à la fonction `xtitle` s'applique à la fenêtre courante.

Illustrons cette fonctionnalité à l'aide d'un exemple concret :

```
-->scf(1)
-->plot(x,f,x,exp)
-->xtitle('Titre du graphique','Abscisses','Ordonnées')
```

Cette fonction prend en paramètre entre 1 et 3 arguments : le premier (qui est obligatoire) définit le titre général du graphique; le deuxième permet d'annoter l'axe des abscisses; la dernière permet d'annoter l'axe des ordonnées.

3.2 La fonction `legend`



La fonction `legend` permet d'ajouter une légende à la fenêtre graphique courante. Comme dans le cas de la fonction `xtitle`, elle s'applique une fois le graphique obtenu.

Considérons que le tracé précédent définit la fenêtre courante. Illustrons la syntaxe de la fonction `legend` à l'aide de l'appel suivant :

```
-->legend(['Courbe1','Courbe2'],'in_upper_left')
```

Le premier argument de la fonction `legend` est un vecteur colonne contenant le nom que l'on souhaite donner à chacun des tracés. Le deuxième argument permet de spécifier la position de la légende (`upper` ou `lower`, `left` ou `right`).

Exercice 1

1. Tracer dans une même fenêtre graphique et avec trois couleurs différentes les fonctions polynomiales suivantes sur l'intervalle $[-5, 5]$:
$$f_1(x) = x^2 - 4x + 4, \qquad f_2(x) = x^2 + 5x + 4, \qquad f_3(x) = 2x^2 + x + 2.$$
2. Ajouter un titre et une légende au tracé obtenu.
3. Dans chacun des cas, déduire à partir du tracé obtenu le signe du discriminant du polynôme.

Exercice 2

1. Tracer dans différentes fenêtres graphiques les fonctions suivantes :
   - La fonction logarithme sur l'intervalle $[0.01, 4]$.
   - La fonction valeur absolue sur l'intervalle $[-3, 3]$.
   - La fonction partie entière sur l'intervalle $[-5, 5]$.
   - La fonction partie décimale sur l'intervalle $[-5, 5]$.
2. Ajouter un titre (le nom de la fonction) à chaque tracé obtenu.
3. Les tracés obtenus pour les fonctions partie entière et partie décimale sont-ils satisfaisants ? Pourquoi ?

Exercice 3 On considère les fonctions $f(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$ et $g(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$.

1. Déterminer les domaines de définition $\mathcal{D}_f$ de f et $\mathcal{D}_g$ de g.
2. Étudier les variations de f.
3. Démontrer que g est la bijection réciproque de f.
4. Tracer sur la même fenêtre graphique les courbes représentatives de f et g sur l'intervalle $[-3, 3]$. Ajouter un titre et une légende au tracé obtenu.

Exercice 4 On considère la fonction $f(x) = \dfrac{1-x^2}{1+x^2}$.

1. Déterminer le domaine de définition $\mathcal{D}_f$ de f.
2. Étudier les variations de f.
3. Démontrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}^+$ dans un intervalle à préciser.
   On admettra que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -1$.
4. Déterminer la bijection réciproque f^{-1} de f.
5. Tracer sur la même fenêtre graphique les courbes représentatives de f et f^{-1}. Ajouter un titre et une légende au tracé obtenu.