Formulaire de Trigonométrie

Angles associés

Une lecture efficace du cercle trigonométrique permet de retrouver les relations suivantes :

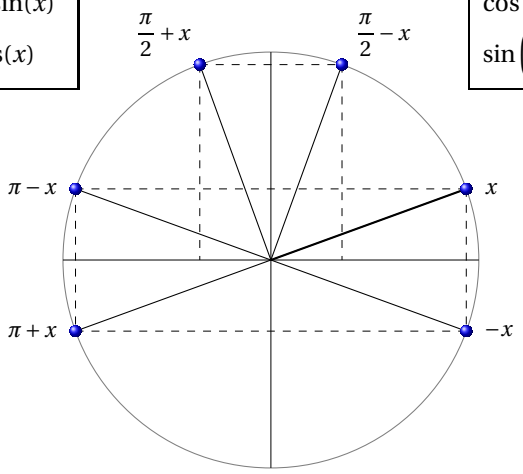
$$\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=-\sin(x)$$
$$\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\cos(x)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin(x)$$
$$\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos(x)$$

$$\cos(\pi-x)=-\cos(x)$$
$$\sin(\pi-x)=\sin(x)$$

$$\cos(\pi+x)=-\cos(x)$$
$$\sin(\pi+x)=-\sin(x)$$

$$\cos(-x)=\cos(x)$$
$$\sin(-x)=-\sin(x)$$



Valeurs remarquables

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		0

Relations entre cos, sin et tan

$$\cos^2(x)+\sin^2(x)=1 \qquad 1+\tan^2(x)=\frac{1}{\cos^2(x)} \quad \text{si } x\not\equiv\frac{\pi}{2}[\pi]$$

Formules d'addition

$$\cos(a+b)=\cos(a)\cos(b)-\sin(a)\sin(b) \qquad \cos(a-b)=\cos(a)\cos(b)+\sin(a)\sin(b)$$
$$\sin(a+b)=\sin(a)\cos(b)+\sin(b)\cos(a) \qquad \sin(a-b)=\sin(a)\cos(b)-\sin(b)\cos(a)$$
$$\tan(a+b)=\frac{\tan(a)+\tan(b)}{1-\tan(a)\tan(b)} \qquad \tan(a-b)=\frac{\tan(a)-\tan(b)}{1+\tan(a)\tan(b)}$$

Formules de duplication

$$\cos(2a)=\cos^2(a)-\sin^2(a) \qquad \sin(2a)=2\sin(a)\cos(a) \qquad \tan(2a)=\frac{2\tan(a)}{1-\tan^2(a)}$$
$$=2\cos^2(a)-1$$
$$=1-2\sin^2(a)$$

Transformation de somme en produit

$$\cos(p)+\cos(q)=2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right) \qquad \cos(p)-\cos(q)=-2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$
$$\sin(p)+\sin(q)=2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right) \qquad \sin(p)-\sin(q)=2\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)$$

Transformation de produit en somme

$$\sin(a)\cos(b)=\frac{1}{2}\left[\sin(a+b)+\sin(a-b)\right]$$
$$\cos(a)\cos(b)=\frac{1}{2}\left[\cos(a+b)+\cos(a-b)\right]$$
$$\sin(a)\sin(b)=-\frac{1}{2}\left[\cos(a+b)-\cos(a-b)\right]$$

$$\cos^2(a) = \frac{1+\cos(2a)}{2} \qquad \sin^2(a) = \frac{1-\cos(2a)}{2} \qquad \tan^2(a) = \frac{1-\cos(2a)}{1+\cos(2a)}$$

cos, sin et tan en fonction de l'angle moitié

Si $t = \tan\left(\frac{a}{2}\right)$, on a : $\cos(a) = \frac{1-t^2}{1+t^2}$; $\sin(a) = \frac{2t}{1+t^2}$; $\tan(a) = \frac{2t}{1-t^2}$

Equations trigonométriques

$$\cos(a) = \cos(b) \iff \begin{cases} a \equiv b[2\pi] \\ a \equiv -b[2\pi] \end{cases} \qquad \sin(a) = \sin(b) \iff \begin{cases} a \equiv b[2\pi] \\ a \equiv \pi - b[2\pi] \end{cases} \qquad \tan(a) = \tan(b) \iff a \equiv b[\pi]$$